Problemi di vibrazioni nelle strutture civili e nelle costruzioni meccaniche
Perugia, 10 - 11 Giugno 2004

IMPLEMENTAZIONE DEL SUPEREMENTO DI CRAIG-BAMPTON IN FEMTOOLS APPLICATION FRAMEWORK

F. Palloni

SmartCAE srl, Prato

SOMMARIO

La riduzione a superelemento con il metodo di Craig-Bampton è una procedura utilizzata in vari settori dell'ingegneria, quali l'automobilistico e l'aeronautico, nel contesto di simulazioni in dinamica strutturale su modelli di calcolo particolarmente complessi.

Nella prima parte del presente lavoro vengono affrontati gli aspetti teorici legati alla riduzione di Craig-Bampton di un modello ad elementi finiti.

Successivamente viene descritto il FEMtools Application Framework, l'ambiente di programmazione avanzata per la gestione e la manipolazione di dati dinamici ottenuti sia tramite analisi FEM che attraverso test sperimentali, qui utilizzato per lo sviluppo dell'algoritmo di Craig-Bampton.

La procedura viene applicata al modello ad elementi finiti di un componente automobilistico e viene mostrato il grado di accuratezza fornito dalla tecnica di condensazione implementata. I risultati ottenuti dal modello ridotto vengono quindi correlati e validati con quelli del modello completo.

ABSTRACT

The Craig-Bampton superelement reduction is a procedure used in many engineering fields, like automotive and aerospace, for structural dynamic simulation with particularly complex models.

In the first part of this paper the theoretical aspects of Craig-Bampton reduction of a finite element model are described.

Then FEMtools Application Framewrok, the programming environment for the handling and manipulation of dynamic data coming from both FEA and experimental test, that has been used for the development of Craig-Bampton algorithm, is introduced.

The procedure is applied to the finite element model of an automotive part, and the results from the reduced model are correlated and validated with the ones from the complete model.

1. INTRODUZIONE

La riduzione a superelemento è una tecnica utilizzata nel calcolo FEM per semplificare i modelli quando ci si deve confrontare con strutture particolarmente complesse e non si ritiene conveniente lavorare sul modello intero per varie ragioni, quali elevati tempi di calcolo e/o utilizzo dello spazio disco.

Utilizzando i superelementi, i vari componenti vengono processati e trasformati in matrici di rigidezza, massa e smorzamento ridotte, salvate su disco e poi riutilizzate in un modello che rappresenta l'assieme del sistema da analizzare. Con questo approccio è possibile abbattere drasticamente i tempi di calcolo, con limitate perdite di accuratezza, sostituendo alla rappresentazione FEM distribuita di uno o più componenti, una rappresentazione condensata, assai più snella dal punto di vista computazionale.

L'odierna necessità di affrontare problemi sempre più onerosi dal punto di vista del calcolo conferisce un nuovo e forte impulso all'uso dei superelementi in molte applicazioni CAE: l'analisi dinamica multi-body a corpo flessibile [1], l'analisi modale numerica in alta frequenza [2, 3], il model updating [4], ovvero tutte quelle tecniche di simulazione numerica (dinamica transitoria, dinamica in alta frequenza, calcoli iterativi) nelle quali la condensazione delle informazioni di parte o di tutto il modello è un requisito talvolta indispensabile per produrre dei risultati accurati in tempi ragionevoli.

Esistono varie tecniche di riduzione (statiche, dinamiche, miste), ognuna con vari pro e contro, ognuna con il proprio grado di affidabilità, ognuna con il suo campo di applicazione. La tecnica che, con il tempo e l'utilizzo, ha riscosso il maggior successo per la creazione dei superelementi dinamici è sicuramente quella di Craig-Bampton, in grado di rappresentare correttamente sia il comportamento statico che quello dinamico di una struttura.

In questo articolo viene illustrato il metodo di creazione del superelemento dinamico, affrontando il tema della riduzione statica (metodo di Guyan) e quello della Component Mode Synthesis (CMS) a nodi esterni vincolati, alla base dell'approccio Craig-Bampton.

Nella seconda parte viene descritto l'ambiente di programmazione FEMtools Application Framework, con il quale viene implementato l'algoritmo di Craig-Bampton.

Infine, a scopo esplicativo, il programma realizzato viene applicato ad un componente meccanico automobilistico, e viene commentato il grado di accuratezza ottenuto.

2. TECNICHE DI RIDUZIONE

Tutte le tecniche di riduzione si basano sul principio di diminuire il numero effettivo di gradi di libertà (DOF) del modello per ridurre il costo computazionale. Questi metodi generano delle diverse approssimazioni del modello di partenza, le quali influiscono sulla loro efficacia e sul loro campo di utilizzo. La maggior parte delle tecniche di riduzione può essere classificato come segue.

2.1. Condensazione Statica (riduzione di Guyan)

Questo metodo è basato solamente su considerazioni statiche. Nella condensazione statica vengono selezionati alcuni nodi esterni (nodi master) e i rispettivi DOF, tutti gli altri nodi interni (nodi slave) vengono omessi dal calcolo. Viene calcolata e immagazzinata la matrice per il trasferimento ai nodi slave degli spostamenti calcolati ai nodi master. Mentre la matrice di rigidezza ridotta che si ottiene rappresenta esattamente il legame elastico tra i DOF esterni, quella di massa è approssimata. Pertanto la riduzione di Guyan mal si presta per l'utilizzo nei calcoli dinamici. Di questa tecnica esistono alcune varianti indicate genericamente come IRS (Improved Reduced System) [5, 6] finalizzate a migliorare l'approssimazione della matrice di massa. Queste tecniche producono tipicamente buoni risultati, ma comportano una sensibile crescita nel costo computazionale della fase di riduzione.

2.2. Riduzione Modale
In questa tecnica viene preservata soltanto una piccola parte di tutti i possibili autovettori della base modale, che vengono poi utilizzati nelle successive analisi dinamiche. E' una delle tecniche più semplici da implementare (basta un solutore ad autovalori) e presenta il vantaggio di disaccoppiare le equazioni del sistema espresse nello spazio modale. Per contro, dato che molto spesso non è possibile approssimare il comportamento statico di una struttura mediante semplice sovrapposizione modale, questa riduzione può portare ad errori nel caso in cui vengano aggiunti o eliminati vincoli alla struttura.

2.3. Condensazione Dinamica di Craig-Bampton
Questo metodo di riduzione cerca di riunire le caratteristiche positive dei due precedenti, combinando riduzione statica e modale [7].

Al modello ridotto con la tecnica di Guyan vengono infatti aggiunti i modi propri della struttura calcolati imponendo un vincolo contemporaneamente su tutti i nodi esterni. Vengono quindi definiti dei nuovi gradi di libertà generalizzati che esprimono nuove coordinate rispetto alla base modale così calcolata (che prende il nome di "base di Craig-Bampton" o "Component Mode Synthesis"). I DOF generalizzati vengono aggiunti alle matrici di Guyan mediante alcune operazioni matriciali, che vengono illustrate nel capitolo successivo.

Lo svantaggio maggiore di questa tecnica è quello di ottenere più equazioni per rappresentare il modello ridotto, rispetto ai due metodi di partenza. Inoltre le matrici del sistema prodotte mediante la condensazione dinamica non sono né diagonali (come nella riduzione modale), né sparse (come nel modello di origine), a causa della parte statica, tipicamente densa. In compenso il modello ridotto presenta un'accuratezza notevolmente superiore sia per fenomeni statici che dinamici. Ciò anche in caso di:

- *Distribuzione dei nodi master non ottimizzata*: la CMS provvede a caratterizzare correttamente il comportamento del superelemento nel caso in cui si abbiano a disposizione solo pochi nodi esterni, o siano definiti in posizioni non ottimali.
- *Base Modale povera*: possono essere sufficienti anche poche forme modali a nodi esterni vincolati per rappresentare correttamente il comportamento dinamico del superelemento anche ad alta frequenza.

3. LA CONDENSAZIONE DI CRAIG-BAMPTON

La condensazione dinamica può essere scritta in termini di una matrice di trasformazione di coordinate del tipo:

$$\{v\} = [H]\{q\} \tag{1}$$

Dove:

$\{v\}$ è il vettore degli spostamenti di tutti i DOF della struttura, di dimensione *n;*

$\{q\}$ è il vettore degli spostamenti del modello ridotto (nodi master e DOF generalizzati) di dimensione m, con $m << n$;

$[H]$ è la matrice di trasformazione tra le coordinate del sistema completo e il modello ridotto.

La creazione delle matrici ridotte passa attraverso l'assemblaggio delle matrici del sistema completo $[M]$ e $[K]$, discriminando tra i nodi master/esterni (indice *e*) e quelli slave/interni (indice *i*), come segue:

$$[M] = \begin{bmatrix} Mii & Mie \\ Mei & Mee \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad [K] = \begin{bmatrix} Kii & Kie \\ Kei & Kee \end{bmatrix} \tag{2}$$

Il legame elastico del superelemento può essere espresso come:

$$\begin{bmatrix} Kii & Kie \\ Kei & Kee \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} vi \\ ve \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Qi \\ Qe \end{Bmatrix} \tag{3}$$

Con $\{vi, ve\}^T$ vettore degli spostamenti nodali e $\{Qi, Qe\}^T$ vettore delle forze applicate.

Lo scopo della riduzione di Craig-Bampton è quello di sostituire gli *n* gradi di libertà del modello completo con *p* modi statici, ottenuti mediante la riduzione di Guyan, e *s* Component Modes in maniera tale che risulti $p + s << n$.

3.1. Modi statici

La prima linea dell'equazione (3) può essere scritta come:

$$\{vi\} = [Kii^{-1}]\{Qi\} - [Kii^{-1}][Kie]\{ve\} = \{vi^i\} + \{vi^e\} \tag{4}$$

Dove:

$$\{vi^i\} = [Kii^{-1}]\{Qi\} \tag{5}$$

indica gli spostamenti dei nodi slave a nodi master vincolati;

$$\{vi^e\} = [Kii^{-1}][Kie]\{ve\} = [B]\{ve\} \tag{6}$$

rappresenta lo spostamento dei nodi slave in funzione dello spostamento dei nodi master.

Vengono eliminate dal sistema le equazioni legate a (5) e viene definita la matrice di trasformazione $[B]$ per trasferire i risultati dei nodi esterni a quelli interni. Il modello ridotto presenta *p* gradi di libertà con $p < n$.

Il vettore di spostamento $\{vi^e, ve\}^T$ rappresenta la soluzione statica *esatta* del sistema con forze e vincoli applicati ai nodi esterni (*esatta* nel senso che la riduzione del modello ridotto non ha modificato in alcun modo la soluzione del sistema completo).

Purtroppo l'applicazione della matrice di trasformazione $[B]$ alla matrice di massa del sistema completo costituisce un'approssimazione di tale matrice, da cui la necessità di arricchire i modi statici mediante la CMS.

3.2. Component Mode Synthesis

Le matrici di superelemento vengono completate attraverso la CMS, sostituendo le equazioni che legano tra loro i nodi slave con forme modali ottenute vincolando i nodi master (DOF generalizzati). La trasformazione mediante CMS comincia eseguendo una analisi modale sulle matrici complete della struttura imponendo lo spostamento nullo contemporaneamente su tutti i nodi master. In caso di moto armonico, il problema si riduce ad un calcolo degli autovalori del seguente sistema:

$$([Kii]-\varpi^2[Mii])\{\phi\}=0 \tag{6}$$

Quindi lo spostamento dei nodi interni $\{vi^i\}$ può essere espresso mediante sovrapposizione delle prime *s* forme modali $\{\phi\}$, attraverso le corrispondenti coordinate generalizzate $\{y\}$.

$$\{vi^i\}=\sum_{j=1}^{s}\phi_j y_j=[\Phi]\{y\} \tag{7}$$

Dove, $[\Phi]$ costituisce la base di Craig-Bampton

$$[\Phi]=[\phi_1,\phi_2,\ldots,\phi_s] \tag{8}$$

Le equazioni del modello ridotto diventano le seguenti

$$\{v\}=\begin{Bmatrix} ve \\ vi \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} I & 0 \\ B & \Phi \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} ve \\ y \end{Bmatrix}=[H]\begin{Bmatrix} ve \\ y \end{Bmatrix} \tag{9}$$

La CMS, essendo parente stretta della riduzione modale, è affetta dai soliti limiti (essenzialmente il troncamento della base modale). Il fatto di escludere nella CMS i modi di moto rigido (conteggiati nella parte "statica" del superelemento) e quello di eseguire l'estrazione modale su di una struttura vincolata, concorrono entrambi a garantire una buona efficienza computazionale e la possibilità di considerare fenomeni dinamici in alta frequenza anche con poche component modes.

3.3. Le matrici del superelemento dinamico

Il contributo della riduzione statica e dinamica mediante CMS può essere combinato e esplicitato, pertanto l'equazione del moto del sistema completo (trascurando per brevità lo smorzamento) può essere riscritta come segue:

$$\begin{bmatrix} Mee & Mei \\ Mie & Mii \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{v}e \\ \ddot{v}i \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} Kee & Kei \\ Kie & Kii \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} ve \\ vi \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} Qe \\ Qi \end{Bmatrix} \tag{10}$$

Pre-moltiplicando per la matrice di trasformazione $[H]^T$ il sistema diventa

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{v}e \\ \ddot{y} \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} ve \\ y \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} \tag{11}$$

dove

$$\begin{aligned} &[m_{11}]=[Mee]+[B]^T[Mie]+[Mei][B]+[B]^T[Mii][B] \\ &[m_{12}]^T=[m_{21}]^T=[Mei][\Phi]+[B]^T[Mii][\Phi] \\ &[m_{22}]=[\Phi]^T[Mii][\Phi] \end{aligned} \tag{12}$$

$$
\begin{aligned}
&[k_{11}] = [Kee] + [Kei]^T [B] \\
&[k_{12}] = [k_{21}]^T = 0 \\
&[k_{22}] = [\Phi]^T [kii][\Phi]
\end{aligned}
\tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
&\{q_1\} = [Qe] + [B]^T [Qi] \\
&\{q_2\} = [\Phi]^T [Q_i]
\end{aligned}
\tag{14}
$$

3.4. Considerazioni sulle sotto-matrici

Analizziamo adesso nel dettaglio alcuni termini delle matrici di massa e rigidezza ridotte, al fine di individuare possibili semplificazioni nel calcolo delle stesse.

Se gli autovalori/autovettori calcolati durante la CMS vengono normalizzati rispetto alla matrice di massa, allora:

$$
[m_{22}] = [I] \tag{15}
$$

$$
[k_{22}] = \begin{bmatrix} \varpi_1^2 & 0 & - & 0 \\ 0 & \varpi_2^2 & & 0 \\ | & & \cdots & \\ 0 & 0 & & \varpi_s^2 \end{bmatrix} \tag{16}
$$

Se il modello FEM di partenza utilizza una matrice di massa diagonale (formulazione “lumped”), allora

$$
\begin{aligned}
&[Mei] = [Mie] = 0 \\
&[m_{11}] = [Mee] + [B]^T [Mii][B] \\
&[m_{12}]^T = [m_{21}]^T = [B]^T [Mii][\Phi]
\end{aligned}
\tag{17}
$$

A questo punto è possibile implementare l’algoritmo di Craig-Bampton utilizzando un linguaggio di programmazione, per eseguire analisi modali sul modello ridotto.

4. L’AMBIENTE FEMTOOLS APPLICATION FRAMEWORK

FEMtools Application Framework (per brevità FEMtools) è un ambiente interattivo multifunzione per lo sviluppo rapido, l’integrazione, l’automazione e la personalizzazione di applicazioni ingegneristiche avanzate (RADE). FEMtools include strumenti come interfacce per importare/esportare modelli FEM e dati sperimentali, strumenti per la gestione del database, gestione di parametri e risposte, visualizzazione grafica di modelli e risultati, un linguaggio di scripting e una libreria di funzioni API per la programmazione avanzata, strumenti per analisi di correlazione, sensitività e model updating.

In aggiunta, FEMtools include una libreria di elementi finiti standard, solutori per analisi lineare statica, analisi modale reale e complessa, risposta armonica e risposta in frequenza.

Una caratteristica unica di FEMtools è l'integrazione dei dati derivanti da test sperimentali statici o dinamici. La piattaforma di FEMtools è aperta e flessibile ed è utilizzabile dall'analista per integrare i propri strumenti e creare applicazioni che soddisfino i bisogni specifici di ogni problema. Questo è un approccio più efficiente ed economico che sviluppare nuovi applicativi partendo da zero. Possibili applicazioni realizzabili nell'ambiente di FEMtools:

- Trasformazione di dati – normalizzazione, espansione, riduzione, …;
- Pre e post-processing di dati CAE e sperimentali;
- Programmazione di applicazioni utilizzando dati ad elementi finiti o sperimentali;
- Programmazione matematica – Supporto di funzioni analitiche, operatori matriciali, supporto di numeri complessi, supporto di matrici sparse, ecc.;
- Traduzione di dati – Conversione di mesh ad elementi finiti, risultati FEA o dati sperimentali da un formato ad un altro;
- Integrazione CAE – Piattaforma software neutra, analisi statiche, modali e dinamiche personalizzate.

Per questi motivi FEMtools e il suo linguaggio di scripting sono stati selezionati per la realizzazione della riduzione di Craig-Bampton.

4.1. Implementazione dell'algoritmo in FEMtools

Lo sviluppo dell'algoritmo di Craig-Bampton in FEMtools si svolge attraverso le seguenti fasi principali:

- Importazione del modello FEM attraverso file in formato standard Nastran o Ansys;
- Creazione delle matrici di elemento;
- Assemblaggio delle matrici del sistema (massa "lumped);
- Riduzione di Guyan attraverso il solutore integrato. Questa fase è stata svolta sia per generare le matrici ridotte e la matrice di trasformazione $[B]$, che per suddividere nelle varie sottoparti la matrice di massa del sistema;
- CMS, utilizzando il solutore Lanczos a matrici sparse integrato;
- Calcolo delle matrici $[m_{11}]$ e $[m_{12}]$;
- Assemblaggio delle matrici ridotte e della matrice di trasformazione $[H]$;
- Memorizzazione delle matrici ridotte;

Per brevità, non è stato possibile includere il listato commentato dell'intera procedura. Su richiesta l'autore è disponibile a fornire una copia dello stesso.

5. ESEMPIO APPLICATIVO

Per fornire una dimostrazione dell'efficacia del codice realizzato, viene riportato un esempio applicativo di esso, relativo modello ad elementi finiti del triangolo inferiore di una sospensione anteriore per autovettura, illustrato in Figura 1. Il modello è stato realizzato mediante 11.912 nodi, 44.208 elementi tetraedrici, 4 elementi rigidi, per un totale di 35.748 DOFs.

Sono stati definiti i nodi esterni nei 4 punti di collegamento del triangolo con il telaio e gli altri componenti della sospensione, illustrati in Figura 2.

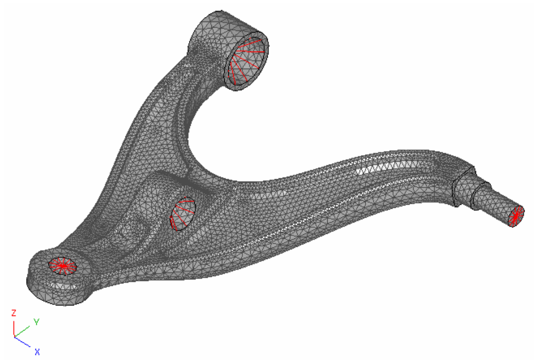

Figura 1 – Modello FEM

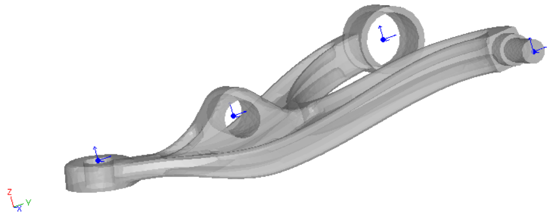

Figura 2 – Posizione dei nodi master

Per prima cosa sono state calcolate le prime 25 forme modali del componente utilizzando il solutore Lanczos implementato in FEMtools. Questa risposta costituisce il riferimento per la validazione del metodo.

Successivamente il componente è stato ridotto secondo i seguenti due metodi:

- Riduzione di Guyan, ovvero senza component modes (24 DOFs)
- Riduzione di Craig-Bampton con 12 component modes (36 DOFs)

La soluzione di modelli ridotti è stata calcolata con la funzione Eig2 di FEMtools, equivalente all'analoga funzione presente in MATLAB. In Tabella 1 è riportato un confronto dei i tempi di calcolo con i vari metodi.

Tabella 1 – Confronto sui tempi di calcolo dei vari metodi

Modello	*DOF*	*Metodo*	*Modi*	*CPU (s) Riduzione*	*CPU (s) Soluzione*	*CPU (s) Espansione*
Completo	35.736	Lanczos	25	N.A.	57.79	N.A.
Guyan	24	Eig2	24	15.00	0.01	6.33
Craig-Bampton (12 component modes)	36	Eig2	36	45.15	0.01	6.57

I risultati dei vari modelli ridotti sono stati espansi a tutti i nodi interni e confrontati con quelli del modello completo. I risultati sono riportati nelle Tabelle 2 e 3. Le Figure 3 e 4 mostrano il MAC rispetto al riferimento dei rispettivi casi analizzati.

Dall'analisi dei risultati è evidente come la riduzione di Guyan risulti inadeguata per rappresentare correttamente il comportamento dinamico del componente, limitandone l'applicabilità soltanto ai primi modi propri. Al contrario, l'introduzione della CMS nella riduzione di Craig-Bampton consente una schematizzazione sufficientemente accurata delle caratteristiche modali della parte fino alle alte frequenze, ottenendo un drastico rapporto di riduzione (36 DOF contro i 35.748 DOF del modello completo).

Tabella 2 – Confronto tra Guyan e il modello completo

Mode Pair	*FEA*	*Hz*	*EMA*	*Hz*	*Diff.*	*MAC*
1	1	926.0	1	909.0	1.9	99.8
2	2	1163.3	2	1141.1	2.0	99.1
3	3	1647.8	3	1615.5	2.0	91.2
4	4	2212.9	4	1763.1	25.5	89.8
5	5	2623.6	5	2507.1	4.7	92.5
6	6	3388.2	6	2936.1	15.4	57.2
7	7	3744.1	7	3391.7	10.4	64.6
8	8	4912.5	9	4756.2	3.3	46.5
9	9	5415.3	10	4851.8	11.6	59.8
10	10	6880.8	11	5776.1	19.1	79.8
11	11	7891.1	16	8960.6	-11.9	22.2
12	12	9882.9	13	6991.3	41.4	34.2
13	13	11925.9	20	10889.9	9.5	38.9
14	16	19800.8	17	9397.6	110.7	43.0

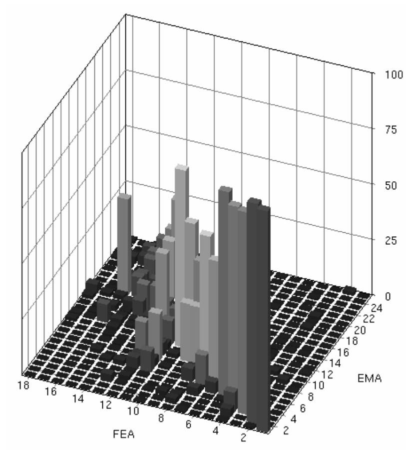

Figura 3 – MAC tra Guyan e riferimento

Tabella 3 – Confronto tra Craig-Bampton e il modello completo

Mode Pair	*FEA*	*Hz*	*EMA*	*Hz*	*Diff.*	*MAC*
1	1	909.4	1	909.0	0.0	100.0
2	2	1141.9	2	1141.1	0.1	100.0
3	3	1618.0	3	1615.5	0.2	100.0
4	4	1764.9	4	1763.1	0.1	100.0
5	5	2514.9	5	2507.1	0.3	100.0
6	6	2946.7	6	2936.1	0.4	100.0
7	7	3423.0	7	3391.7	0.9	99.9
8	8	3849.2	8	3835.2	0.4	100.0
9	9	4814.7	9	4756.2	1.2	94.1
10	10	4941.2	10	4851.8	1.8	92.5
11	11	5997.6	11	5776.1	3.8	97.1
12	12	6256.2	12	6065.7	3.1	98.0
13	13	7284.6	13	6991.3	4.2	93.3
14	14	8055.0	14	7566.8	6.5	86.6
15	15	8451.7	15	7888.3	7.1	82.5
16	16	9884.3	16	8960.6	10.3	73.1
17	17	10540.6	17	9397.6	12.2	68.2
18	18	11042.2	19	10407.1	6.1	78.1
19	19	11860.3	18	10134.1	17.0	62.1
20	20	12815.6	20	10889.9	17.7	75.0
21	21	14865.6	21	11783.1	26.2	37.4
22	22	16334.2	23	12528.7	30.4	38.0
23	24	25449.7	24	13046.8	95.1	30.9

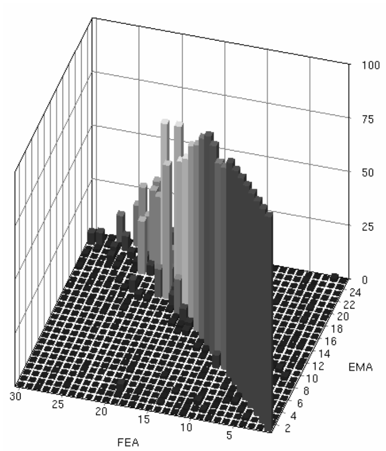

Figura 4 – MAC tra Craig-Bampton e riferimento

La bontà del metodo è apprezzabile anche analizzando graficamente le forme modali. A titolo di esempio le Figure 5 e 6 illustrano la 4° forma modale della parte, sovrapponendo la deformata del modello completo (wireframe) a quella del modello ridotto (solido). Mentre con la tecnica di Guyan si ottiene una rappresentazione errata della forma modale, nel caso del modello ridotto con Craig-Bampton non è apprezzabile alcuna differenza tra le due forme.

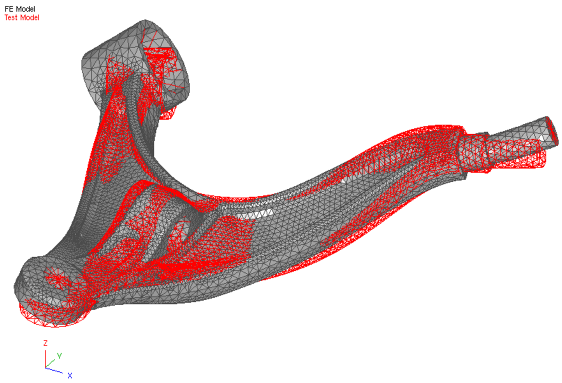

Figura 5 – Modo #4 – Guyan e riferimento

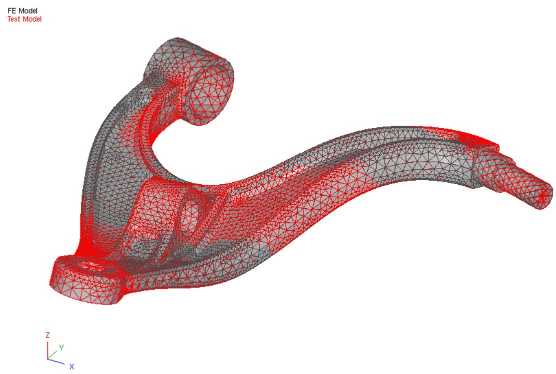

Figura 6 – Modo #4 – Craig-Bampton e riferimento

6. CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

La procedura di riduzione di superelemento secondo Craig-Bampton e la sua implementazione nell'ambiente di sviluppo e calcolo FEMtools è stata descritta.

Si è dimostrata la maggiore efficienza della riduzione di Craig-Bampton rispetto alla riduzione statica attraverso la sua applicazione ad un modello FEM di riferimento.

La procedura attualmente implementata è in grado di generare matrici di massa e rigidezza ridotte. Il passo successivo sarà quello di poter assemblare tali matrici con altri superelementi e/o modelli non ridotti per il loro utilizzo in procedure iterative (model updating, ottimizzazione strutturale) che richiedono la ri-analisi della risposta del modello perturbato.

Altro possibile sviluppo è la realizzazione di interfacce per esportare le matrici ridotte per il loro utilizzo con codici di calcolo commerciali quali NASTRAN (attraverso elementi DMIG) o ANSYS (attraverso elementi GENEL) o ADAMS (per la dinamica di corpo flessibile).

BIBLIOGRAFIA

[1] AA.VV., *Fedem Theory Guide*, Fedem Technology AS, Dicembre 2003.

[2] J.K. Bennighof, R.B. Lehoucq, *An automated multilevel substructuring method for eigenspace computation on linear elastodynamics.*

[3] J.K. Bennighof, M.F. Kaplan, M.B. Muller, M. Kim, *Meeting the NVH computational challenge: Automated Multi-Level Substructuring,* Presentato al Congresso IMAC XVIII 2000

[4] AA.VV., *FEMtools Theoretical Manual*, Dynamic Design Solutions, Febbraio 2004.

[5] M.I. Friswell, S.D. Garvey, J.E.T. Penny, *Model reduction using Dynamic and Iterated IRS techniques*, Journal of Sound and Vibration (1995) 186(2), 311-322

[6] M.I. Friswell, S.D. Garvey, J.E.T. Penny, *The convergence of the Iterated IRS method*, Journal of Sound and Vibration (1998) 211 (1), 123-132

[7] S. Gordon, *The Craig-Bampton Method,* http://analyst.gsfc.nasa.gov/FEMCI/craig_bampton/